# 数　　学

**I** [1] 以下の問いに答えよ。

(1) $a = \dfrac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ について，$a$ 以下の最大の整数を $n$ とし，さらに $b = a - n$ とする。

このとき，

$$a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = \boxed{\text{ア}}$$

であり，

$$\frac{12}{n} + \frac{2}{a} + 2b = \boxed{\text{イ}} - \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) 整式 $(3x - 1)(4x^4 - 2x^2 - 3x + 2)$ を展開すると，

$$(3x - 1)(4x^4 - 2x^2 - 3x + 2)$$
$$= 12x^5 - 4x^4 \boxed{\text{オ}}\boxed{\text{カ}}x^3\boxed{\text{キ}}\boxed{\text{ク}}x^2\boxed{\text{ケ}}\boxed{\text{コ}}x - 2$$

である。

$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

⓪ ＋　　① －

(3) 次の連立不等式を考える。

$$\begin{cases} 2x - 3 < 8x + 7 \\ x + 4 \geqq 3x - 2 \end{cases}$$

これを満たす $x$ のうち，整数であるものの個数は $\boxed{\text{サ}}$ 個である。

(4) 以下の式を計算せよ。

$$10^0 + 9^{\log_3 \sqrt{5}} = \boxed{\text{シ}}$$



## 計算用紙

〔2〕 定数 $a$，$b$，$c$ を係数とする2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ について，$D = b^2 - 4ac$ とおくとき，以下の問いに答えよ。ただし，$a \neq 0$ とする。

(1) $a > 0$ のとき，$y > 0$ がすべての実数 $x$ に対して成り立つための必要十分条件は $\boxed{\text{ス}}$ である。

(2) $a < 0$ のとき，$y \leqq 0$ がすべての実数 $x$ に対して成り立つための必要十分条件は $\boxed{\text{セ}}$ である。

(3) $a > 0$ のとき，$y < 0$ を満たす実数 $x$ が存在するための必要十分条件は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

(4) $a < 0$ のとき，$y \geqq 0$ を満たす実数 $x$ が存在するための必要十分条件は $\boxed{\text{タ}}$ である。

$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

⓪ $D > 0$　① $D \geqq 0$　② $D < 0$　③ $D \leqq 0$



計算用紙

Ⅱ　以下の表は，A～Eさん5名の国語，数学，英語のテストの得点とそれぞれの教科の平均値，分散，標準偏差を表している。このとき，次の問いに答えよ。なお，(6)の数値は小数点以下第3位を四捨五入して第2位までを解答せよ。(6)以外の解答は小数点以下第2位を四捨五入して第1位までを解答せよ。

表　A～Eさん5名の3教科のテストの得点

| | 国語 | 数学 | 英語 |
|---|---|---|---|
| Aさん | 15 | 16 | 8 |
| Bさん | 18 | 4 | 20 |
| Cさん | 12 | 10 | 12 |
| Dさん | 9 | 8 | 16 |
| Eさん | 16 | 12 | 14 |
| 平均値 | | 10.0 | 14.0 |
| 分散 | 10.0 | 16.0 | |
| 標準偏差 | 3.2 | 4.0 | |

(1)　国語の平均値は $\boxed{アイ}$ . $\boxed{ウ}$ である。

(2)　Bさんの数学の得点の偏差は $\boxed{エ}$ $\boxed{オ}$ . $\boxed{カ}$ である。

$\boxed{エ}$ の解答群

⓪　＋　　①　－

(3)　英語の分散は $\boxed{キク}$ . $\boxed{ケ}$ である。

(4)　英語の標準偏差は $\boxed{コ}$ . $\boxed{サ}$ である。

(5)　数学と英語の共分散は $\boxed{シ}$ $\boxed{スセ}$ . $\boxed{ソ}$ である。

$\boxed{シ}$ の解答群

⓪　＋　　①　－



## 計算用紙

(6) 数学と英語の相関係数は $\boxed{\text{タ}}$ $\boxed{\text{チ}}$ . $\boxed{\text{ツテ}}$ である。

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

⓪ ＋　　① －

(7) 国語，数学，英語の３教科の各人の合計得点を求めたとき，その中央値は $\boxed{\text{トナ}}$ . $\boxed{\text{ニ}}$ である。

(8) 後日，国語のテストの得点調整を行い，Ａ～Ｅさん５名のそれぞれについて国語の得点を２倍して５を足した値を新たな得点とした。このとき，得点調整後の新たな得点の分散は $\boxed{\text{ヌネ}}$ . $\boxed{\text{ノ}}$ である。



## 計算用紙

Ⅲ [1] $f(x) = \dfrac{7}{2} + \displaystyle\int_{-1}^{1}(x-t)f(t)\,dt$ を満たす関数 $f(x)$ について考える。右辺の定積分は $x$ の $\boxed{\text{ア}}$ 次以下の関数なので，$f(x) = ax + b$ とおくと，

$$\int_{-1}^{1}(x-t)f(t)\,dt = \boxed{\text{イ}}\,bx - \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\,a$$

である。したがって，係数を比較することにより，$a = \boxed{\text{オ}}$，$b = \dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ と求まる。ただし，$\boxed{\text{ア}}$ は当てはまる最小の整数を答えること。

[2] 関数 $f(x) = x^2 - 6x + 16$ とする。このとき，座標空間において以下の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$ の $x = a$ での接線の傾きは $\boxed{\text{ク}}\,a - \boxed{\text{ケ}}$ である。

(2) 原点を通り $y = f(x)$ と接する傾きが正の直線は，$y = \boxed{\text{コ}}\,x$ である。

(3) $y = f(x)$，$y = \boxed{\text{コ}}\,x$，$y$ 軸に囲まれる部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

# 計算用紙

Ⅳ　座標空間において，大きさが8で，$x$ 軸の正の向きとなす角が 60°，$y$ 軸の正の向きとなす角が 45° であるようなベクトルを $\vec{p}$ とするとき，以下の問いに答えよ。

(1)　$\vec{p} = (x,\ y,\ z)$ とおくと，$x^2 + y^2 + z^2 = \boxed{\text{アイ}}$ である。

(2)　(1)に引き続き，$\vec{p} = (x,\ y,\ z)$ とおく。$\vec{p}$ は $x$ 軸の正の向きとなす角が 60° であることを用いると，$\vec{p}$ と $\vec{e_x} = (1,\ 0,\ 0)$ の内積から

$$x = \boxed{\text{ウ}}$$

であることがわかる。同様に，$\vec{p}$ は $y$ 軸の正の向きとなす角が 45° であることを用いると，

$$y = \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

となる。

よって，$\vec{p}$ と $z$ 軸の正の向きとなす角を $\theta$ ($0° \leqq \theta \leqq 180°$) とすると，

$\theta = \boxed{\text{カキ}}°$ のとき，

$\vec{p} = \left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}},\ \boxed{\text{ク}}\right)$ であり，

$\theta = \boxed{\text{ケコサ}}°$ のとき，

$\vec{p} = \left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}},\ -\boxed{\text{シ}}\right)$ である。

(3)　$\vec{p}$ の $z$ 成分が正であるベクトルを $\vec{q}$ とするとき，ベクトル $\vec{a} = (1,\ \sqrt{2},\ 0)$ とベクトル $\vec{q}$ の両方に垂直な単位ベクトルを $\vec{e}$ とすると，

$$\vec{e} = \left(\frac{\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}},\ -\frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}},\ \boxed{\text{チ}}\right),$$

$$\left(-\frac{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}},\ \frac{\sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}},\ \boxed{\text{ニ}}\right)$$ である。





## 計算用紙