数　　　学

I　$\angle B$，$\angle C$ がいずれも鋭角である△ABC において，点 A から辺 BC に垂線 AH をおろす。線分 AH を直径とする円 O が辺 AB，辺 AC と交わる点のうち A でない方をそれぞれ D，E とする。さらに，円 O の半径を 1，$BH = 1$，$CE = \sqrt{2}$ とする。ただし，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ は次ページの解答群から選べ。

〔1〕△ABH は $\angle H = 90°$ の直角三角形であるから

$$AB = \sqrt{\boxed{\text{ア}}^2 + \boxed{\text{イ}}^2} = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}} \qquad \cdots\cdots①$$

（ただし，$\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}}$）である。直線 BH は円 O の接線であるから，方べきの定理により

$$DB \cdot BA = \boxed{\text{エ}}^2 \qquad \cdots\cdots②$$

である。よって

$$DB = \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}} \qquad \cdots\cdots③$$

である。

〔2〕$HC = x$，$CA = y$ とするとき，

$$x > 0,\ y > 0 \qquad \cdots\cdots④$$

である。△AHC は $\angle H = 90°$ の直角三角形であるから

$$y^2 = x^2 + \boxed{\text{キ}}^2 \qquad \cdots\cdots⑤$$

が成り立つ。直線 CH は円 O の接線であるから，方べきの定理により

$$CE \cdot \boxed{\text{ク}} = CH^2 \qquad \cdots\cdots⑥$$

である。よって

$$\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}\, y = x^2 \qquad \cdots\cdots⑦$$

④，⑤，⑦より，

$$HC = \boxed{\text{コ}}, \qquad \cdots\cdots⑧$$

$$CA = \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}} \qquad \cdots\cdots⑨$$

である。

〔3〕△AHC において $\angle H = 90°$，$CA = \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$，$AH = \boxed{\text{ス}}$ であるから

$$\angle CAH = \boxed{\text{セソ}}° \qquad \cdots\cdots⑩$$

であり，円周角の定理から

$$\angle EDH = \boxed{\text{タチ}}° \qquad \cdots\cdots⑪$$

である。

$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ CH	① BH	② HO	③ AH	④ AE
⑤ BO	⑥ CE	⑦ CA		

Ⅱ　c を定数，$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする。

〔1〕 関数 $y = 8\sin^2 x + 8\cos x - c$ の最大値は $\boxed{\text{アイ}}$ $- c$，最小値は $\boxed{\text{ウ}}$ $- c$ である。

〔2〕 c を自然数とする。方程式 $8\sin^2 x + 8\cos x - c = 0$ が相異なる 2 つの実数解をもつような c の値は $\boxed{\text{エ}}$ 個あり，c の値の最大値は $\boxed{\text{オ}}$ である。

〔3〕 c を自然数とする。方程式 $8\sin^2 x + 8\cos x - c = 0$ が 1 つの実数解しかもたないとき，$c =$ $\boxed{\text{カキ}}$ である。

計算用紙

Ⅲ ［1］立方体の６つの面に１～６までの異なる数字を１つずつ書き入れる場合，何通りの書き入れ方ができるだろうか。ただし，立方体を回転させて一致する書き入れ方は同じとみなす。また，各面に書き入れる数字の向きについては考慮しない。

底面に１を書き入れると，底面に向かい合う面には $\boxed{\text{ア}}$ 通りの書き入れ方ができる。次に側面の書き入れ方は $\boxed{\text{イ}}$ 通りある。よって，１～６までの異なる数字の書き入れ方は $\boxed{\text{ウエ}}$ 通りある。

また，このうち，それぞれの向かい合う面の数の差が１となる書き入れ方は，何通りあるだろうか。底面に１を書き入れると，それに向かい合う面の数字は $\boxed{\text{オ}}$ でなければならない。次に，側面の１つに３を書き入れると，それに向かい合う面の数字は $\boxed{\text{カ}}$ でなければならない。残りの面について，書き入れ方は $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。したがって，それぞれの向かい合う面の数の差が１となる数字の書き入れ方は $\boxed{\text{ク}}$ 通りある。

［2］次に立方体を５色に塗り分けることを考える。ただし，立方体を回転させて一致する塗り方は同じとみなす。また，隣り合う面は必ず異なる色で塗らないといけないとする。まず，立方体は６面あるから，同じ色で２面を塗らなければならない。その２面は向かい合う面となり，そこに塗る色の選び方は $\boxed{\text{ケ}}$ 通りある。残りの４色で，４面を塗り分ける組み合わせは $\boxed{\text{コ}}$ 通りである。よって，求める塗り分け方は $\boxed{\text{サシ}}$ 通りある。

計算用紙

Ⅳ ［1］2つの変量 x，y のデータ $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$，$(x_3,\ y_3)$ がある。変量 y の平均を $\overline{y}$，分散を s_y^2，変量 x，y の共分散を s_{xy}，相関係数を r_{xy} とする。

ここで，新たな変量 z を $z = 3y$ とする。

⑴ 変量 z のデータを $z_i = 3y_i\ (i = 1,\ 2,\ 3)$，変量 z の平均を $\overline{z}$ とすると

$$\overline{z} = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3} = \boxed{\quad ア \quad}\ \overline{y}$$

となる。

⑵ 変量 z の分散を s_z^2 とすると

$$s_z^2 = \frac{(z_1 - \overline{z})^2 + (z_2 - \overline{z})^2 + (z_3 - \overline{z})^2}{3} = \boxed{\quad イ \quad}\ s_y^2$$

となる。

⑶ 変量 x，z の共分散を s_{xz}，相関係数を r_{xz} とすると，上と同様の議論から，

$s_{xz} = \boxed{\quad ウ \quad}$，$r_{xz} = \boxed{\quad エ \quad}$ となる。

$\boxed{\quad ウ \quad}$ の解答群

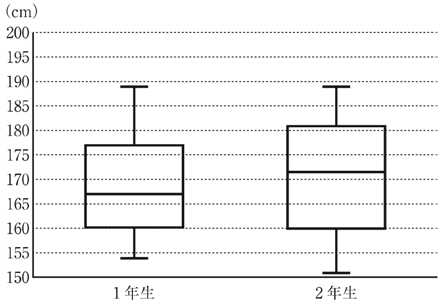
⓪ s_{xy}　① $2s_{xy}$　② $3s_{xy}$　③ $4s_{xy}$　④ $9s_{xy}$　⑤ $\sqrt{2}\,s_{xy}$
⑥ $\sqrt{3}\,s_{xy}$

$\boxed{\quad エ \quad}$ の解答群

⓪ r_{xy}　① $2r_{xy}$　② $3r_{xy}$　③ $4r_{xy}$　④ $9r_{xy}$　⑤ $\sqrt{2}\,r_{xy}$
⑥ $\sqrt{3}\,r_{xy}$

計算用紙

[2] 次の図は，ある学校の 1 年生，2 年生各 100 人の身長のデータを箱ひげ図にしたものである。



次の(a)，(b)，(c)は図に関する記述である。各記述の正誤を答えよ。

(a) 「1 年生には身長が 180 cm より高い生徒はいないが，2 年生にはいる」は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(b) 「1 年生も 2 年生も，身長が 170 cm 以上の生徒が 51 人以上いる」は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(c) 「1 年生と 2 年生全員のうち，最も身長の低い生徒は 1 年生である」は $\boxed{\text{キ}}$ である。

$\boxed{\text{オ}}$ ～ $\boxed{\text{キ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 正　① 誤

計算用紙