数　　学

I 座標平面上に点 O(0, 0)，A(9, −12)，B(−14, 0)，C(−14, 49) がある。

[1] $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC} = -\boxed{\text{アイウ}}$ である。

[2] $\tan\angle\mathrm{COB} = \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。ただし，$0^\circ \leqq \angle\mathrm{COB} \leqq 180^\circ$ とする。

[3] x 軸上の $x > 0$ の部分に点 D をとり，線分 OA と線分 AD のなす角を 90° とするとき，点 D の x 座標は $\boxed{\text{カキ}}$ である。

[4] [3] で定めた点 D と x 座標が同じで y 座標が 45 である点を E とするとき，

$\tan\angle\mathrm{EOD} = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。ただし，$0^\circ \leqq \angle\mathrm{EOD} \leqq 180^\circ$ とする。

[5] [4] で定めた点 E に対して，$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OE} = \boxed{\text{コサシス}}$ である。

[6] [4] で定めた点 E に対して，$\angle\mathrm{EOC} = \theta$ とおく。ただし，$0^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。内積の定義より，$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OE} = \boxed{\text{セ}}$ が成り立つので，[5] の結果を用いると，$\theta = \boxed{\text{ソタ}}^\circ$ である。

$\boxed{\text{セ}}$ の解答群

⓪ $\lvert\overrightarrow{OC}\rvert\lvert\overrightarrow{OE}\rvert\cos\theta$	① $\lvert\overrightarrow{OC}\rvert\lvert\overrightarrow{OE}\rvert\sin\theta$	② $\lvert\overrightarrow{OC}\rvert\lvert\overrightarrow{OE}\rvert\tan\theta$
③ $\lvert\overrightarrow{OC}\rvert\lvert\overrightarrow{OE}\rvert\cos^2\theta$	④ $\lvert\overrightarrow{OC}\rvert\lvert\overrightarrow{OE}\rvert\sin^2\theta$	⑤ $\lvert\overrightarrow{OC}\rvert\lvert\overrightarrow{OE}\rvert\tan^2\theta$

計算用紙

Ⅱ 関数 $f(x) = x^2 - 2|x| + 1$ に対して，座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を考える。

[1] $y = f(x)$ と $y = 1$ の共有点の x 座標は，小さい順にそれぞれ $-\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ となる。

[2] $y = f(x)$ と $y = 1$ で囲まれた部分の面積の合計を S_0 とすると，$S_0 = \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

[3] $-2 < a < 2$ となる定数 a に対して，直線 $y = ax + 1$ と $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積の合計を S とする。S を a で表すと，$S = \boxed{\text{カ}}\,a^2 + \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ となる。したがって，$a = \boxed{\text{ケ}}$ のとき，S は最小値 $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ をとる。

計算用紙

Ⅲ ［1］ 数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$，数列 $\{b_n\}$ の階差数列を $\{c_n\}$ とする。$a_1 = 6$，$b_1 = 6$ であり，$\{c_n\}$ が初項 3，公差 3 の等差数列のとき，$\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $c_n = \boxed{\text{ア}}\,n$

(2) $b_n = \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}n^2 - \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}n + \boxed{\text{カ}}$

(3) $a_n = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}n^3 - \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}n^2 + \boxed{\text{サ}}\,n$

［2］ 2 次方程式 $x^2 - mx + 2m = 0$ が正の整数のみを解にもつような定数 m をすべて求めよう。2 次方程式 $x^2 - mx + 2m = 0$ が 2 つの正の整数解 α，β $(\alpha > 0,\ \beta > 0)$ をもつとすると，解と係数の関係から

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{シ}}\ ,\ \alpha\beta = \boxed{\text{ス}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

となる。①から m を消去し，式を変形すると

$$(\alpha - \boxed{\text{セ}})(\beta - \boxed{\text{ソ}}) = \boxed{\text{タ}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

となる。②を満たす α，β の組に対する m の値を m_1，m_2 $(m_1 < m_2)$ とすると，α，β が正の整数であることから，$m_1 = \boxed{\text{チ}}$ ，$m_2 = \boxed{\text{ツ}}$ となる。

$\boxed{\text{シ}}$ ，$\boxed{\text{ス}}$ の解答群

⓪ 0	① 1	② 2	③ -1	④ -2	⑤ m
⑥ $2m$	⑦ $-m$	⑧ $-2m$			

計算用紙

Ⅳ ある大学において受験者が124 人の試験が実施された。この試験を受験したＡさんの得点は82（点）であった。また，この試験の得点の平均値は60（点）であった。なお，得点の平均値が m（点），標準偏差が s（点）である試験において，得点が x（点）である受験者の偏差値は $50 + 10 \times \dfrac{x - m}{s}$ で求めることができる。

［1］ Ａさんの偏差値は61であった。したがって，124 人の受験者の得点の標準偏差は $\boxed{\text{アイ}}$（点）である。

［2］［1］のとき，この試験において，得点が x（点）である受験者の偏差値が65以上であるための必要十分条件は $x \geqq \boxed{\text{ウエ}}$ である。

［3］ 元の124 人の受験者の得点の平均値は60（点），標準偏差は $\boxed{\text{アイ}}$（点）であった。後日，この試験を新たに31 人が受験し，受験者は合計で155 人となった。その結果，試験の得点の平均値が61（点），標準偏差は21（点）となった。このとき，Ａさんの偏差値は $\boxed{\text{オカ}}$ である。

［4］［3］のとき，新たに受験した31 人の得点だけに限定すると，平均値は $\boxed{\text{キク}}$（点）であり，標準偏差は $\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}$（点）である。

計算用紙